

## **ALGORITMO PARA LA CREACIÓN DEL MODELO ALÁMBRICO DE UN TECHO FIJO PARA TANQUE DE ALMACENAMIENTO DE COMBUSTIBLE EN FORMA DE DOMO GEODÉSICO ESFÉRICO**

### **ALGORITHM FOR THE CREATION OF THE WIREFRAME MODEL OF A FIXED ROOF FOR A FUEL STORAGE TANK IN FORM OF GEODESIC DOME**

*Yamill Santiago Campos Pérez<sup>1\*</sup>, Ricardo Alfonso Blanco<sup>1</sup> y Jandecy Cabral Leite<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Facultad de Ingeniería Mecánica. Carretera a Camajuaní, Km 5½, Santa Clara, Villa Clara, Cuba. CP 50100

<sup>2</sup> Instituto de Tecnología Educación Galileu del Amazona. Manaus, Amazonas, Brasil.

Recibido: Junio 30, 2014; Revisado: Julio 29, 2014; Aceptado: Agosto 29, 2014

#### **RESUMEN**

Un domo geodésico es una malla de barras y nudos dispuestos según las aristas y vértices de un poliedro inscrito en una superficie que puede presentar forma de esfera, parábola o elipse. A partir de conocerse las ventajas de este tipo de estructura han sido ampliamente usadas en diferentes construcciones como: viviendas, oficinas comerciales, invernaderos, stand de ferias, techos fijos de tanques de almacenamiento de combustible, entre otras. Muchos son los investigadores que han estudiado la modelación y geometría de los domos geodésicos, el enfoque y objetivo del presente trabajo es presentar, a partir de la revisión y recopilación de informaciones de varias investigaciones un algoritmo para generación de un modelo alámbrico de un domo geodésico esférico para techos fijos de tanques de almacenamiento de combustible, para su posterior análisis de resistencia por el método de los elementos finitos. En el trabajo se exponen de forma detallada el procedimiento y las expresiones geométricas empleadas. Finalmente, fue elaborado un programa computacional con la finalidad de evaluar las expresiones matemáticas y el procedimiento descrito en el trabajo y de disponer de una herramienta computacional para la generación del modelo alámbrico de un domo geodésico esférico.

**Palabras claves:** domo geodésico, estructura geodésica, modelo alámbrico, cúpula geodésica

---

Copyright © 2015. Este es un artículo de acceso abierto, lo que permite su uso ilimitado, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea debidamente citada.

---

\* Autor para la correspondencia: Yamill S. Campos, Email: [yamillc@uclv.edu.cu](mailto:yamillc@uclv.edu.cu)

## **ABSTRACT**

A geodesic dome is a mesh of bars and nodes arranged along the edges and vertices of a polyhedron on a surface that can be in the form of a sphere, parabola or ellipse. From knowing the advantages of this type of structure, they have been widely used in various constructions such as: housing, commercial offices, greenhouses, fair stand, fixed ceilings fuel storage tanks, among others. Many researchers have studied modeling and geometry of geodesic domes. The purpose of this paper is to present, from the review and compilation of information from several researches, an algorithm for generating a wireframe model of a geodesic dome for fixed roofs of spherical fuel storage tanks, for a further analysis of resistance by the method of finite elements. In this paper, we describe in detail the procedure and geometric expressions that were used. Finally, a computer program was developed in order to evaluate mathematical expressions and the procedure described in this paper and also to have a tool for generating computational model of a geodesic dome.

**Key words:** geodesic dome, structures geodesic, wire frame model

## **1. INTRODUCCIÓN**

Los domos geodésicos, también llamados cúpulas geodésicas son un tipo de estructura que consiste en la combinación de elementos poligonales para formar una estructura de forma semiesférica. De esta forma, se consigue un poliedro cuyos vértices se encuentran sobre una esfera, parábola, o un elipsoide. Esta última condición es necesaria para que el domo sea llamado geodésico.

Sin duda, los domos geodésicos fueron la mayor contribución de Richard Buckminster Fuller a la arquitectura, y también, su invención más exitosa, Marek (2009). A partir de conocerse las ventajas de estas estructuras, se comienzan a emplear en diversos tipos de construcciones, como por ejemplo: viviendas, invernaderos, etc., Fender (2010). En la actualidad este tipo de estructura se está empleando en los techos fijos de los tanques de almacenamiento de combustible, debido a las ventajas que presenta desde el punto de vista de resistencia, montaje, desmontaje, mantenimiento y al medio ambiente, entre las que se destacan menores costos iniciales, eficiencia energética, bajo mantenimiento, alta seguridad, protección casi absoluta a eventos atmosféricos como tornado, huracanes, etc

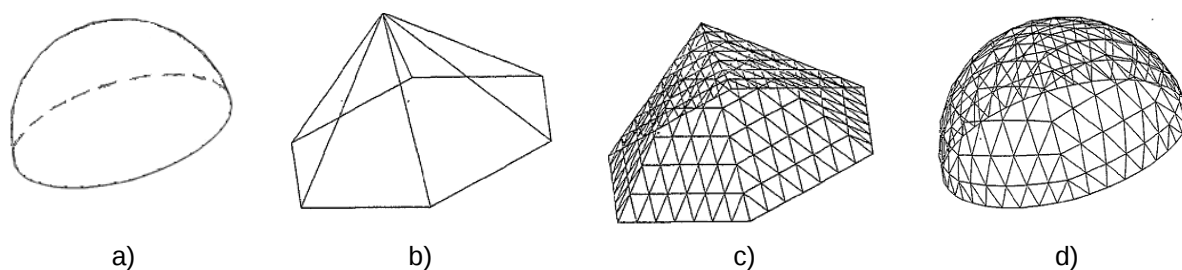
Estos tipos de estructura, son generalmente construidas de vigas y chapas de aluminio con uniones atornilladas las que la hace una estructura ligera, cuya vida útil puede superar los 25 años. A diferencia de los techos de acero, esta novedad tecnológica tiene la virtud de ser más resistente a la corrosión y permite la disminución de las pérdidas por concepto de evaporización.

El objetivo del presente trabajo es presentar un algoritmo para la creación del modelo alámbrico de un techo fijo en forma de domo geodésico para tanque de almacenamiento de combustible. Dicho trabajo se baso en el análisis y recopilación de varias investigaciones relacionadas con la modelación geométrica de la estructura de los domos geodésicos. Después de revisada la bibliografía consultada sobre el tema, se

plantea como elemento novedoso del trabajo, la creación de un algoritmo y metodología para la creación del modelo alámbrico de un domo geodésico esférico, y su implementación en un programa computacional.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

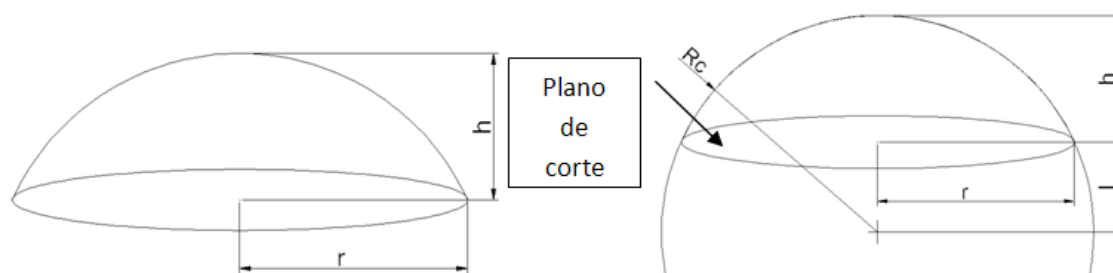
Para la obtención de una estructura geodésica se parte de una superficie esférica la cual es cortada por un plano generándose un casquete esférico, figura 1a. Inscripta al casquete esférico se genera una pirámide, figura 1b, que estará formada por caras planas en forma de triángulo. Luego las caras de la pirámide se subdividen en pequeños triángulos, figura 1c. Finalmente, los vértices de dicho triángulo situados sobre las caras de la pirámide se proyectan sobre la superficie esférica que forma el casquete esférico, obteniéndose de esta forma la estructura del domo, figura 1d, (Nayfeh y Hefzy, 1979).



**Figura 1.** Etapas para la creación del modelo alámbrico de un domo geodésico esférico

### **Cálculo de los parámetros geométricos del casquete esférico.**

Cuando el plano que corta la esfera pasa por el centro de la misma, la altura del domo es igual al radio de la esfera, y el domo esférico será un hemisferio (una semiesfera). En caso, que el plano no pase por el centro de la esfera la distancia entre el plano y el centro de la esfera es inferior al radio de la misma, figura 2.



**Figura 2.** Sector esférico de una esfera

Para determinar las dimensiones del domo esférico es necesario conocer la altura y el radio de la base del domo, como se muestra en la figura 2. A partir de estos dos parámetros se calcula el radio de la esfera o el radio de curvatura del domo y la distancia entre el plano que corta la esfera y el centro de la misma, por las siguientes expresiones:

$$R_c = \frac{r^2 + h^2}{2 \cdot h} \quad (1)$$

$$l = R_c - h \quad (2)$$

Donde:

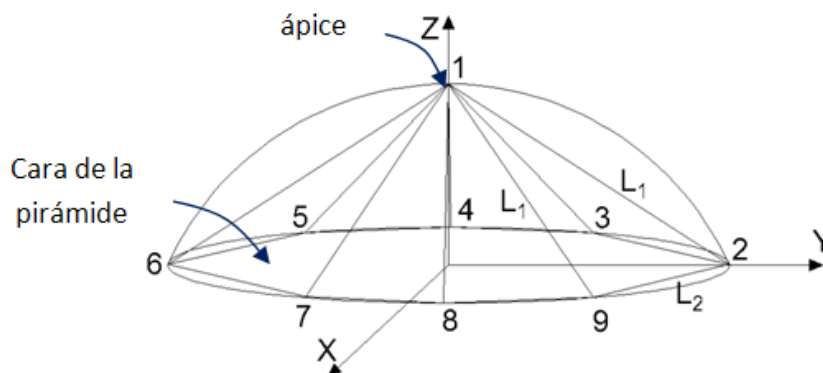
$R_c$  : radio de la esfera o radio de curvatura del domo.

l: distancia entre el centro de la esfera y el plano que la corta.

h: altura del domo

r: radio de la base del domo.

La circunferencia que forma la base del domo se divide en un número de partes, cuya magnitud debe ser mayor e igual a 3. Uniendo los puntos de los extremos de cada una de las partes en que fue dividida la circunferencia con el vértice superior del domo, se obtiene una pirámide formada por una base de n lados y por n caras planas en forma de triángulo inscrita a la superficie esférica del domo, los triángulos que forman las caras coinciden en un punto denominado ápice, Clinton (1971). En la figura 3 se observa una pirámide formada por 8 caras.



**Figura 3.** Pirámide dividida en 8 partes.  $n=8$ ,  $NCP=8$

Esta pirámide estará formada por un número de caras (NCP) igual al número de partes en que fue dividida la base circular (n). La cara de la pirámide presenta forma de triángulo donde dos de sus lados serán iguales,  $L_1$  y el otro lado situado sobre el plano de la base circular será igual a  $L_2$ . Las expresiones para calcular la magnitud de dichos lados serán las siguientes:

$$L_1 = \sqrt{r^2 + h^2} \quad (3)$$

$$L_2 = 2 \cdot r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (4)$$

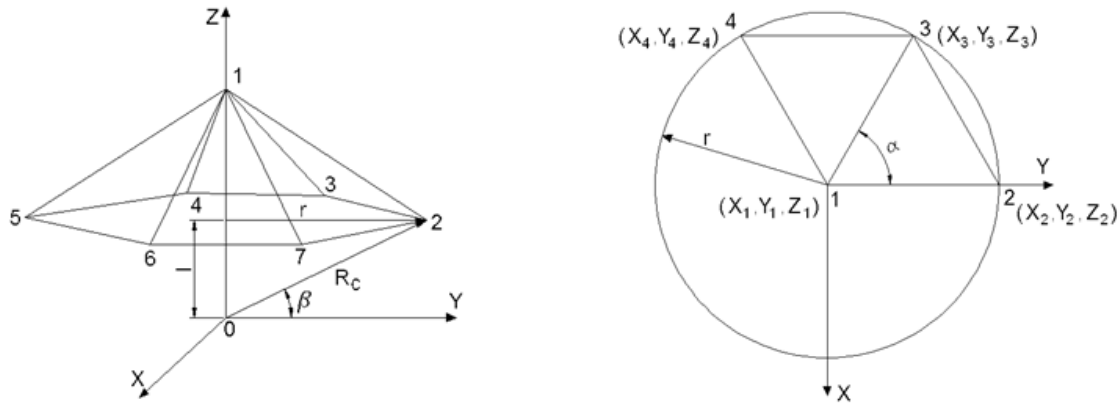
Donde

n: es el número de caras de la pirámide.

$L_1$  : es la longitud de los segmentos 2-1, 3-1, 4-1, 5-1, 6-1, 7-1, 8-1 y 9-1

$L_2$ : es la longitud de los segmentos 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8, 8-9 y 9-2

A partir de la pirámide obtenida se traza un sistema de referencia, donde el eje Z pasa a través del vértice superior del domo, punto 1, quedando el plano X-Y paralelo a la base circular del domo. La coordenada del punto 1, será igual a  $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, R_c)$ , la coordenada del punto 2 será  $(x_2, y_2, z_2) = (0, r, l)$ .



**Figura 4.** Pirámide y proyección de las dos primeras cara de la pirámide sobre el plano X-Y

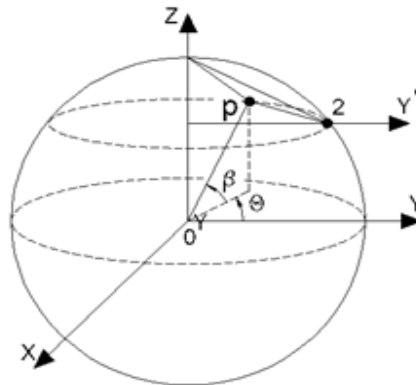
El ángulo  $\alpha$ , en radianes, que forman los segmentos 2-1 y 3-1, figura 4, se calcula por la siguiente expresión:

$$\alpha = \left( \frac{2 \cdot \pi}{n} \right) \quad (5)$$

El ángulo  $\beta$  es el ángulo que se forma entre los segmentos (0-2, 0-3, 0-4, 0-5, 0-6, etc ) que une el centro de la esfera con los puntos situados sobre la circunferencia base del domo, y se calcula por la siguiente expresión:

$$\beta = \text{sen}^{-1} \left( \frac{l}{R_c} \right) \quad (6)$$

Para ubicar un punto sobre la esfera, las coordenadas cartesianas en ocasiones no son las mejores por varias razones. En primer lugar porque hay tres coordenadas cartesianas mientras que la esfera es un espacio bidimensional, en segundo lugar, tratándose de una esfera, el ángulo es un concepto más natural que las coordenadas rectangulares. Se elige el sistema de coordenada donde el origen se encuentra en la coordenada (0,0,0) que coincide con el centro de la esfera, punto 0 figura 5.



**Figura 5.** Ángulos para el sistema de coordenadas esférico

Por tanto, las coordenadas cartesianas del punto “p” situado sobre la circunferencia de la base del domo se determina por las siguientes expresiones:

$$x_p = R_c \cdot \cos(\beta) \cdot \text{sen}(\theta) \quad (7.1)$$

$$y_p = R_c \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\theta) \quad (7.2)$$

$$z_p = R_c \cdot \text{sen}(\beta) \quad (7.3)$$

Donde el ángulo  $\theta$  toma valores entre 0 hasta  $2\pi$ , con incremento igual a  $\alpha$ , hasta el valor  $((n+1) \cdot \alpha)$  y el ángulo  $\beta$  es un valor entre 0 hasta  $\pi/2$ . Aplicando la ecuación anterior para la coordenada del punto 3 se obtiene que:

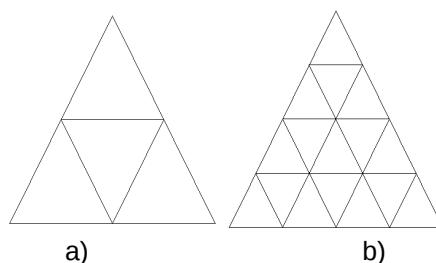
$$x_3 = R_c \cdot \cos(\beta) \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (8.1)$$

$$y_3 = R_c \cdot \cos(\beta) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{n}\right) \quad (8.2)$$

$$z_3 = l \quad (8.3)$$

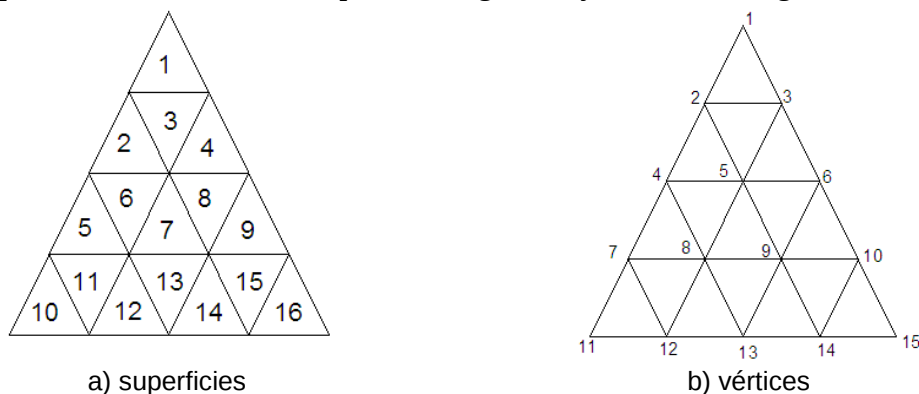
### Coordenadas de los vértices de la subdivisión de una cara de la pirámide

Los tres lados que forma una cara de la pirámide se puede subdividir en un número de partes iguales, llamada frecuencia (f). Para realizar esta subdivisión se trazaron líneas paralelas a cada lado de la cara de la pirámide, como se muestra en la figura 6, Clinton (1971).



**Figura 6.** Subdivisión de la cara de la pirámide

En la figura 6a, se muestra una subdivisión realizada con frecuencia igual a 2 y en la figura 6b, con frecuencia igual a 4. Como se observa en la figura 6 la forma geométrica generada por la subdivisión realizada presenta forma de triángulos más pequeño. Cada uno de estos triángulos son superficies planas unidas entre si por sus vértices. En la figura 7 se observa una cara de la pirámide subdividida con una frecuencia igual a 4, en la cual aparecen enumeradas las superficies figura 7a y los vértices figura 7b.



**Figura 7.** Número de subdivisiones de una cara de la pirámide con  $f=4$ , NSCP=16 y NVCP=15

El número de superficies generadas por la subdivisión (NSCP) es igual al cuadrado de la frecuencia, y se expresa por la siguiente expresión:

$$NSCP = f^2 \quad (9)$$

El número de lados generados por la subdivisión realizada a la cara de la pirámide es igual a:

$$NLCP = \left( \frac{3 \cdot f}{2} \right) \cdot (f + 1) \quad (10)$$

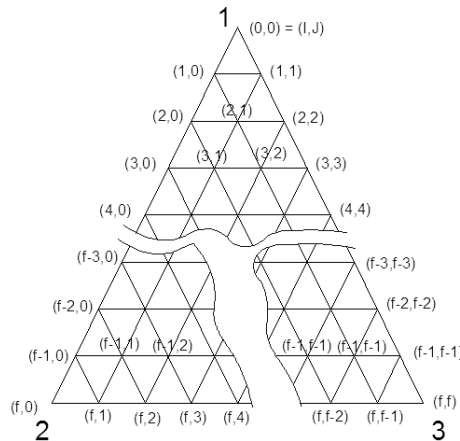
Para calcular el número total de superficies (NSdomo), vértices (NVdomo) y lados (NLdomo) del domo se usan las expresiones 11, 12 y 13 respectivamente (Nayfeh y Hefzy, 1979).

$$NSdomo = n \cdot f^2 \quad (11)$$

$$NLdomo = \left( \frac{n \cdot f}{2} \right) \cdot (1 + (3 \cdot f)) \quad (12)$$

$$NVdomo = 1 + \left[ \left( \frac{n \cdot f}{2} \right) \cdot (f + 1) \right] \quad (13)$$

El número total de superficies, vértices y lados debe cumplir con la Formula de Euler para una cúpula parcial, es decir, una esfera abierta, que plantea que la suma de las superficies mas los vértices debe ser iguala al número de lados mas 1. A partir de las coordenadas de los vértices 1, 2 y 3 del triángulo que forma la cara de la pirámide, se determinan las coordenadas (XIJ, YIJ, ZIJ) de los vértices de las subdivisiones generadas, figura 9.



**Figura 9.** Numeración de los vértices

Las coordenadas de los vértices se calculan por las siguientes expresiones, (Nayfeh y Hefzy, 1979):

$$X_{IJ} = X_1 + I \cdot \left( \frac{X_2 - X_1}{f} \right) + J \cdot \left( \frac{X_3 - X_1}{f} \right) \quad (13)$$

$$Y_{IJ} = Y_1 + I \cdot \left( \frac{Y_2 - Y_1}{f} \right) + J \cdot \left( \frac{Y_3 - Y_1}{f} \right) \quad (14)$$

$$Z_{IJ} = Z_1 + I \cdot \left( \frac{Z_2 - Z_1}{f} \right) + J \cdot \left( \frac{Z_3 - Z_1}{f} \right) \quad (15)$$

Donde: I y J son números enteros que varían de 0 hasta el valor de la frecuencia (f). En el vértice 1 los valores de I y J son ceros, en el vértice 2, el valor de I es igual a la

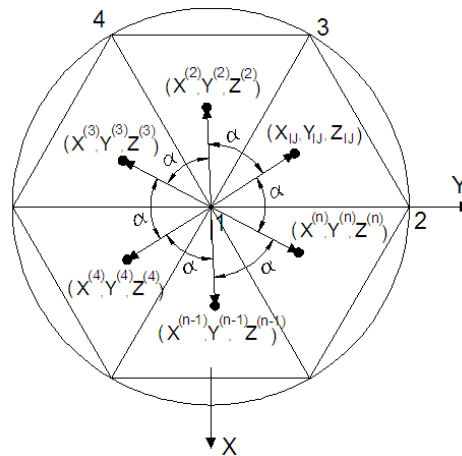
frecuencia  $f$ , y el de  $J$  es igual a cero, y en el vértice 3 los valores de  $I$  y  $J$  son iguales a la frecuencia ( $I=f$  y  $J=f$ ). La distancia entre dos vértices vecinos a lo largo de los segmentos 1-2 y 1-3 es constante e igual a:  $L_1/f$ , y la distancia de dos vértices vecinos a lo largo del segmento 2-3, es constante e igual a:  $L_2/f$ .

Una vez obtenidas las coordenadas de los vértices de las subdivisiones realizadas a una de las caras de la pirámide, se generan las coordenadas de los vértices del resto de las caras de la pirámide. Para ello, se aplica a las coordenadas calculadas transformaciones de rotación alrededor del eje perpendicular al plano de la base de la pirámide o domo. Cada coordenada de los vértices de las subdivisiones de la primera cara ( $X_{IJ}, Y_{IJ}, Z_{IJ}$ ) se multiplica por la matriz de rotación alrededor del eje  $Z$  obteniéndose las coordenadas de los vértices de la segunda cara de la pirámide  $(X^{(2)}, Y^{(2)}, Z^{(2)})$ . Para calcular las coordenadas  $(X^{(3)}, Y^{(3)}, Z^{(3)})$  de los vértices de la tercera cara de la pirámide, se multiplican las coordenadas de la segunda cara por la matriz de rotación, y así sucesivamente hasta tener las coordenadas de los vértices de todas las caras de la pirámide ecuaciones de la 16 a la 18, figura 10.

$$[X^{(2)}, Y^{(2)}, Z^{(2)}] = [X_{IJ}, Y_{IJ}, Z_{IJ}] \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

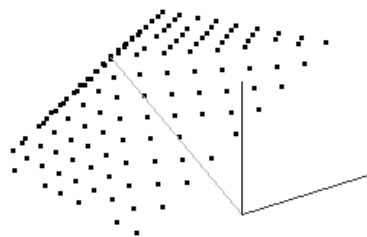
$$[X^{(3)}, Y^{(3)}, Z^{(3)}] = [X^{(2)}, Y^{(2)}, Z^{(2)}] \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[X^{(n)}, Y^{(n)}, Z^{(n)}] = [X^{(n-1)}, Y^{(n-1)}, Z^{(n-1)}] \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$



**Figura 10.** Transformación de rotación

Esta transformación de rotación se aplica  $n-1$  veces con un ángulo de rotación igual a  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ , obteniéndose la geometría que se muestra en la figura 11.



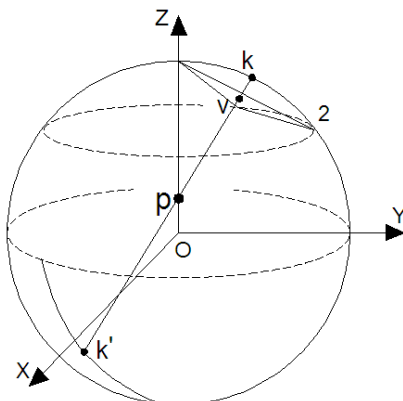
**Figura 11.** Vértices sobre las caras de la pirámide

### Proyección de los puntos sobre la esfera

Una vez determinadas las coordenadas de los vértices de las subdivisiones de todas las caras de la pirámide, se procede a proyectar dichas coordenadas  $(X_v, Y_v, Z_v)$  sobre la superficie esférica del domo, que será definida por las coordenadas  $(X_{ij}^s, Y_{ij}^s, Z_{ij}^s)$ , para lo cual se seguirá el siguiente procedimiento.

El punto “p” representa el origen de proyección cuyas coordenadas son  $(X_p, Y_p, Z_p)$ , el punto “v” representa el punto sobre la cara de la pirámide que se desea proyectar sobre la superficie esférica del domo. El punto “k” es el punto proyectado sobre la superficie esférica y sus coordenadas son  $(X_k, Y_k, Z_k)$ , figura 12

La línea formada por los puntos “p” y “v” representa la línea de proyección. El punto “O” es el centro de la superficie esférica del domo y su coordenada viene dada por  $(X_o, Y_o, Z_o)$ . Para obtener la coordenada del punto k se utiliza la ecuación cartesiana de una esfera y la ecuación paramétrica de una recta.



**Figura 12.** Proyección de un punto sobre una superficie esférica

La ecuación cartesiana de la esfera que representa la superficie del domo es:

$$(X_k - X_o)^2 + (Y_k - Y_o)^2 + (Z_k - Z_o)^2 = R_c^2 \quad (20)$$

La ecuación paramétrica de la línea de proyección viene dada por las expresiones:

$$X_k = X_p + t \cdot (X_v - X_p) \quad (21)$$

$$Y_k = Y_p + t \cdot (Y_v - Y_p) \quad (22)$$

$$Z_k = Z_p + t \cdot (Z_v - Z_p) \quad (23)$$

Donde: t es un valor que puede tomar valor real, cuando el valor esta entre 0 y 1 quiere decir que el punto k está situado dentro del segmento de línea p-v, si es mayor que uno

significa que el punto k está situado fuera del segmento de línea p-v, es decir, se encuentra por fuera de dicho segmento.

Sustituyendo las ecuaciones paramétricas de la línea de proyección en la ecuación cartesiana de la esfera se obtiene la siguiente ecuación cuadrática.

$$(X_p + t \cdot (X_v - X_p) - X_o)^2 + (Y_p + t \cdot (Y_v - Y_p) - Y_o)^2 + (Z_p + t \cdot (Z_v - Z_p) - Z_o)^2 = R^2 \quad (24)$$

Realizando las transformaciones correspondiente se obtiene la ecuación cuadrática siguiente:

$$t^2 \cdot a + t \cdot b + c = 0 \quad (25)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a &= (X_v - X_p)^2 + (Y_v - Y_p)^2 + (Z_v - Z_p)^2 \\ b &= 2 \cdot [(X_v - X_p) \cdot (X_p - X_o) + (Y_v - Y_p) \cdot (Y_p - Y_o) + (Z_v - Z_p) \cdot (Z_p - Z_o)] \\ c &= (X_p - X_o)^2 + (Y_p - Y_o)^2 + (Z_p - Z_o)^2 - R^2 \end{aligned}$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática (21) se tiene que el discriminante (D) es igual a:

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \quad (26)$$

Si el discriminante es menor que cero la línea p-v no intercepta la superficie esférica. Si el discriminante es igual a cero la línea p-v intercepta a la esfera en un solo punto y el valor de t es igual a:

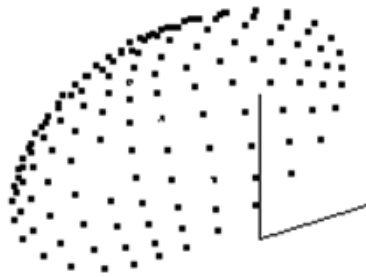
$$t = \frac{-b}{2 \cdot a} \quad (27)$$

Si el discriminante el mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones:

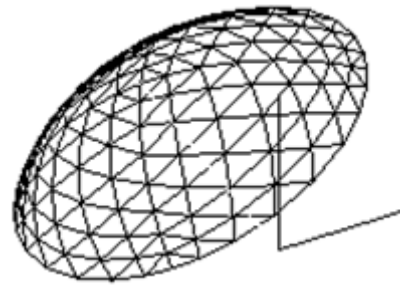
$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} \quad (28)$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} \quad (29)$$

Una vez obtenido el valor de t, se sustituye en la ecuación paramétrica de la línea de proyección, ecuaciones 21, 22 y 23, y se obtiene de esa forma la coordenada (Xk, Yk, Zk) del punto k. En el caso de que se tengan dos soluciones, es decir dos valores de t, significa que la línea de proyección p-v intercepta a la esfera en dos puntos k y k', figura 11, por lo tanto dos juegos de coordenadas, uno para el punto k y otros para el punto k', en este caso se seccionará la coordenada del punto cuya coordenada Z, sea mayor que el valor de la coordenada Z del punto de proyección "p", es decir  $Z_k > Z_p$ , que se corresponde con el punto k. De esta forma se obtiene la proyección de las coordenadas de los vértices de todas las caras de la pirámide sobre la superficie esférica del domo. Obteniéndose un modelo geométrico como el que se muestra en la figura 13.



**Figura 13.** Vértices sobre la superficie esférica del domo



**Figura 14.** Modelo alámbrico del domo

Obtenidas las coordenadas de los vértices, se procede a unir dos vértices vecinos mediante segmentos de líneas rectas, generándose de esta forma el modelo alámbrico del domo geodésico, como se muestra en la figura 14. La distancia de cada segmento se determina a partir de las coordenadas de los dos vértices extremos de cada segmento, por la expresión:

$$dist = \sqrt{(X_{v2} - X_{v1})^2 + (Y_{v2} - Y_{v1})^2 + (Z_{v2} - Z_{v1})^2} \quad (30)$$

Donde

$X_{v1}, Y_{v1}, Z_{v1}$ , son las coordenadas (X, Y Z) de uno de los extremos del segmento.

$X_{v2}, Y_{v2}, Z_{v2}$ , son las coordenadas (X, Y Z) del otro del extremo del segmento.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el trabajo se presenta de manera detallada y precisa el algoritmo y las expresiones matemáticas para la obtención de las coordenadas de los nodos que forma la malla de una estructura en forma de domo geodésico esférico.

Partiendo de los datos iniciales: radio de la base del domo o diámetro del tanque de almacenamiento de combustible, altura del domo, número de partes en que dividirá la base, frecuencia del domo, y la coordenada del origen de proyección, se crea una pirámide inscrita a la superficie esférica del domo, la misma está formada por caras planas con forma triangular. Cada una de las caras de la pirámide se subdividen en un número de parte iguales, llamada frecuencia, obteniéndose un conjunto de vértices los cuales son proyectados sobre la superficie esférica del domo. Posteriormente estos vértices son unidos mediante segmentos de líneas rectas obteniéndose el modelo alámbrico del domo geodésico. A continuación se presenta la secuencia de pasos que define de forma general el algoritmo a seguir, explicado anteriormente, para la generación del modelo geométrico de un domo esférico.

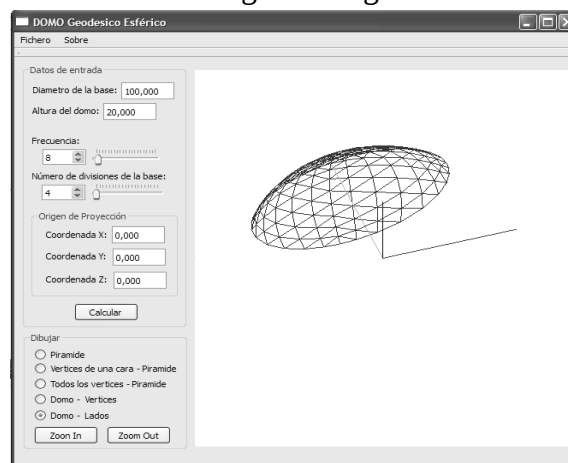
Los datos de entrada son:

- Radio de la base del domo, "r"
- Altura del domo, "h".
- Número de partes en que se dividirá la base del domo, "n"
- Frecuencia del domo, "f"
- Coordenadas ( $X_p, Y_p, Z_p$ ) del origen de proyección

A partir de los datos de entrada calcular los parámetros siguientes:

- El radio de curvatura de la esfera del domo, “Rc”.
- La distancia entre el centro de la esfera y la base del domo, ”l”.
- La longitud de los lados de las caras triangulares de la pirámide, “L1” y “L2”
- El ángulo  $\alpha$  que forman los segmentos 2-1 y 3-1 de una de las caras de la pirámide.
- El ángulo  $\beta$  que une el centro de la esfera con los puntos situados sobre la circunferencia base del domo.
- Las coordenadas de los vértices de una de las caras triangulares de la pirámide, “(X1, Y1, Z1), (X2, Y2, Z2) y (X3, Y3, Z3)”
- El número de superficies y lados sobre una cara de la pirámide y del domo , “NSCP” y “NLCP”
- El número de vértices, superficies y lados del domo.
- Determinar las coordenadas cartesianas “(XIJ, YIJ, ZIJ)” de los vértices de la subdivisión realizada a una cara de la pirámide.
- Generar las coordenadas de los vértices para el resto de las caras de la pirámide, aplicando la transformación de rotación a los vértices anteriormente calculados. Para ello se multiplican las coordenadas de cada vértice por la matriz de rotación alrededor del eje perpendicular a la base del domo.
- Determinar las coordenadas  $(X_{IJ}^S, Y_{IJ}^S, Z_{IJ}^S)$  de cada vértice de las caras de la pirámide sobre la superficie esférica del domo, a partir de las coordenadas cartesianas “(XIJ, YIJ, ZIJ) y la coordenada cartesiana (Xp, Yp, Zp) de origen de proyección.
- Unir dos vértices vecinos mediante segmentos de líneas rectas.

Con el objetivo de validar el procedimiento antes expuesto, así como las expresiones desarrolladas se elaboró un programa en C++ utilizando el software libre Qt, Blanchette (2006), en su versión Open Source. La ventana principal de dicho programa y un ejemplo de la corrida se muestra en la siguiente figura 15.



**Figura 15.** Ventana principal del software DOMO Geodésico Esférico

#### **4. CONCLUSIONES**

A partir del análisis y recopilación de información de varias investigaciones realizadas sobre la geometría de los domos geodésicos y la modelación de dicha geometría, se plantea como elemento novedoso del trabajo que se presenta la creación de un algoritmo para la modelación geométrica de una estructura en forma de domo geodésico esférico, con vista a ser usado como techo fijo en los tanques de almacenamiento de combustible. A partir del algoritmo propuesto, fue creado un programa computacional, el cual fue programado en C++ utilizando el software libre Qt, para la modelación del modelo alámbrico de la estructura del domo geodésico esférico. Mediante el mismo se obtienen la información geométrica de la estructura del domo, lo cual permitirá a partir de dicha información la simulación y calculo de resistencia por el método de los elementos finitos de los diferentes elementos mecánico de la estructura. Destacar que este algoritmo puede ser extensible a domos geodésicos con superficies parabólicas y elípticas.

#### **REFERENCIAS**

- Blanchette, Jasmin., Summerfield, Mark. C++ GUI Programming with Qt 4, Publisher: Prentice Hall. ISBN-13: 978-0-13-187249-3, June 21, 2006.
- Clinton, J. D., Advanced Structural Geometry Studies, Parte A Geometric Transformation Concepts for Structural Applications., Prepared for Expanding Rigid Structures, Prepared for Southern Illinois University, Carbondale, Illinois. National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC. September, 1971. NASA CR-1735.
- Clinton, J. D., Advanced Structural Geometry Studies, Parte I – Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications., Prepared for Southern Illinois University. Carbondale, Illinois. National Aeronautics and Space Administration. Washington, DC. September, 1971. NASA CR-1734.
- Fender, T., Are Geodesic Dome Homes More Energy Efficient and Wind Resistant Because They Resemble a Hemisphere?., Presented to The Faculty of the Department of Mathematics, In partial fulfillment of the requirements for the degree Master of Arts in Mathematics. Jacksonville University College of Arts and Sciences, April 2010.
- Marek, K., Structural Analysis of Geodesic Domes., Final Year Project, Supervisor: Charles Augarde, School of Engineering, Durham University, 2009.
- Nayfeh, A. H., y Hefzy, M. S., Geometric Modeling and Analysis of Rod-like large space structures., Department of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio 45221, 1979.